EXERCICE N°1 :

I/ Compléter :

1) Soit G barycentre de deux points pondérés (A,3) et (B,5) alors :

$3..\overrightarrow{GA} + 5..\overrightarrow{GB} = \vec{0}$

$\overrightarrow{AG} = \frac{5}{8}\overrightarrow{AB}$

$\overrightarrow{BG} = \frac{3}{8}\overrightarrow{BA}$

2) Soit I barycentre de deux points pondérés (E,2) et (F,5) alors :

Pour tout point M du plan, on a : $2\overrightarrow{ME} + 5\overrightarrow{MF} = 7..\overrightarrow{MI}$

3) Soit H barycentre de deux points pondérés (A,α) et (B,β) avec $\alpha + \beta \neq 0$ alors :

H $\in$(A.B), si de plus $\alpha = \beta$, on a : H = A..*.B.

4) Soit G barycentre de deux points pondérés (A,-2) et (B,3) alors :

G est aussi barycentre de : (A,2) et (B,-3) ; (A,-4) et (B,6) ; (A,-20) et (B,30)

5) Soit G barycentre des points pondérés (A,3) ; (B,1) et (C,-8) alors :

$3..\overrightarrow{GA} + 1.\overrightarrow{GB} - 8.\overrightarrow{GC} = \vec{0}$

$\overrightarrow{AG} = \frac{1}{-4}\overrightarrow{AB} + \frac{-8}{-4}\overrightarrow{AC} = -\frac{1}{4}\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC}$

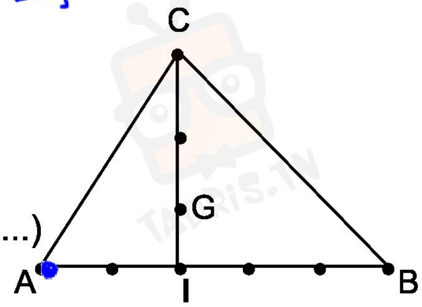
Soit M un point quelconque du plan, alors : $3\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} - 8\overrightarrow{MC} = -4..\overrightarrow{MG}$

6) - I barycentre de deux points pondérés (A,3) et (B,2)

- A barycentre de deux points pondérés (I,5) et (B,-2)

- G barycentre de deux points pondérés (I,2) et (C,1)

- G barycentre de deux points pondérés (A,…) ; (B,…) et (C,...)



EXERCICE N°2 :

On donne un triangle ABC,I milieu de [AC] et G le point défini par : $\overrightarrow{GA} + 3\overrightarrow{GB} + \overrightarrow{GC} = \vec{0}$

1/ a- Montrer que G est barycentre de deux points pondérés (B,3) et (I,2).

b- Construire le point G.

2/ Soit K le barycentre de deux points pondérés (B,3) et (C,1).

a- Construire le point K.

b- Montrer que les points A, K et G sont alignés.

3/ Déterminer l'ensemble des points M du plan tel que : $\left\|\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\right\| = \frac{5}{2}\left\|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MC}\right\|$

EXERCICE N°3 :

Soit ABC un triangle rectangle en A. On pose I = A∗C et J = A∗B.

1/ Définir et construire le barycentre E de deux points pondérés (A,2) et (C,1).

2/ Montrer que E est le barycentre de deux points pondérés (A,1) et (I,2).

3/ Soit G le point du plan défini par : $2\overrightarrow{GA}+2\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\vec{0}$

a- Montrer que les points G, B et E sont alignés.

b- Montrer que les droites (BE) et (JC) sont sécantes en G.

4/ Déterminer l'ensemble des points M du plan tel que : $\left\|2\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=5\left\|\overrightarrow{AB}-\overrightarrow{AC}\right\|$

EXERCICE N°4 :

Soit $(O,\vec{i},\vec{j})$ un repère orthonormé du plan. On donne les points A(-1,-2) ; B(1,4) et C(2,-3).

Soit E est le barycentre de deux points pondérés (A,2) et (B,3).

Soit F est le barycentre de deux points pondérés (A,2) et (C,3).

1/ a- Calculer AE et AF.

b- Montrer que (EF) et (BC) sont parallèles.

c- Déterminer les coordonnés des points E et F.

2/ On définit le point G par : $4\overrightarrow{GA}+3\overrightarrow{GB}+3\overrightarrow{GC}=\vec{0}$

a- Montrer que : G = E∗F.

b- Soit I milieu de [BC]. Montrer que G, A et I sont alignés.

On donne un triangle ABC, I milieu de [AC] et G le point défini par : $\overrightarrow{GA}+3\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\vec{0}$

1/ a- Montrer que G est barycentre de deux points pondérés (B,3) et (I,2).

b- Construire le point G.

2/ Soit K le barycentre de deux points pondérés (B,3) et (C,1).

a- Construire le point K.

b- Montrer que les points A, K et G sont alignés.

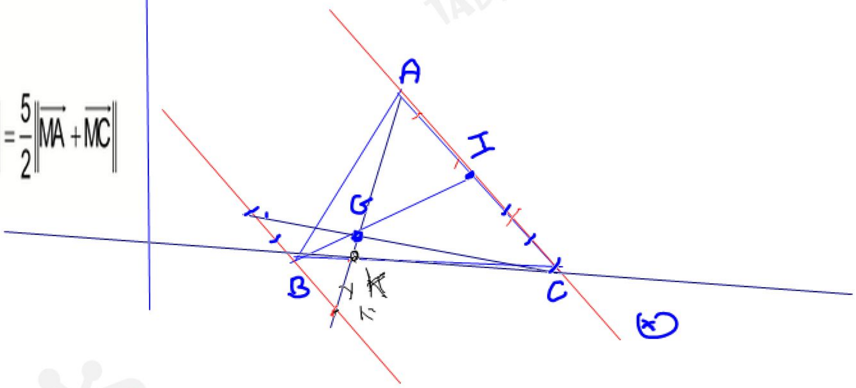
3/ Déterminer l'ensemble des points M du plan tel que : $\left\|\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=\frac{5}{2}\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MC}\right\|$

$\overrightarrow{GA}+3\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\vec{0}$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{GI}+\overrightarrow{IA}+3\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GI}+\overrightarrow{IC}=\vec{0}$

$\Leftrightarrow 3\overrightarrow{GB}+2\overrightarrow{GI}=\vec{0}$

G est le bpp (B,3) (I,2)



On donne un triangle ABC, I milieu de [AC] et G le point défini par : $\overrightarrow{GA}+3\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\vec{0}$

1/ a- Montrer que G est barycentre de deux points pondérés (B,3) et (I,2).

b- Construire le point G.

2/ Soit K le barycentre de deux points pondérés (B,3) et (C,1).

a- Construire le point K.

b- Montrer que les points A, K et G sont alignés.

3/ Déterminer l'ensemble des points M du plan tel que : $\left\|\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=\frac{5}{2}\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MC}\right\|$

$\overrightarrow{GA}+3\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\vec{0}$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{GA}+3\overrightarrow{GK}+3\overrightarrow{KB}+\overrightarrow{GK}+\overrightarrow{KC}=\vec{0}$

$\Leftrightarrow \overrightarrow{GA}+4\overrightarrow{GK}=\vec{0}$

G bpp {(A,1) (K,4)}

$\Rightarrow$ A, K et G alignés

On donne un triangle ABC, I milieu de [AC] et G le point défini par : $\overrightarrow{GA}+3\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{GC}=\vec{0}$

1/ a- Montrer que G est barycentre de deux points pondérés (B,3) et (I,2).

$$\left\|\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=\frac{5}{2}\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MC}\right\|$$

$\Leftrightarrow \|\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{GA}+3\overrightarrow{MG}+3\overrightarrow{GB}+\overrightarrow{MG}+\overrightarrow{GC}\|=\frac{5}{2}\|\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IA}+\overrightarrow{MI}+\overrightarrow{IC}\|$

$\Leftrightarrow \|5\overrightarrow{MG}\|=\frac{5}{2}\|2\overrightarrow{MI}\|$

$\Leftrightarrow MG=MI$

M décrit la médiatrice de [GI]

G I

$\|\vec{MA} + 3\vec{MB} + 5\vec{MC}\| = \|\vec{MA} - \vec{MB}\|$

$(A,1)$ $(B,3)$ $(C,5)$

$\|9\vec{MG}\| =$

$\|\vec{MA} - \vec{MB}\|$ $\vec{MB}$

$\|\vec{MA} + \vec{BM}\|$

$\Leftrightarrow \|\vec{BM} + \vec{MA}\| = \|\vec{BA}\|$

$2\vec{MA} - 4\vec{MB} + 3\vec{MC}$

$\vec{MA} - 4\vec{MA} - 4\vec{AB} + 3\vec{MA} + 3\vec{AC}$